1. kgV und ggT

(Buch Seite 7 – 9)

Aufgabe 1

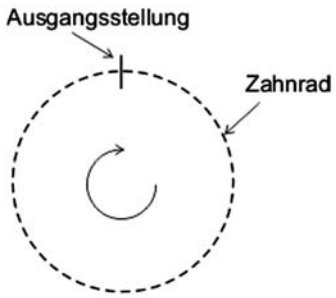
$27:$		$3\cdot3\cdot3$		
$66:$	$2\cdot$	$3\cdot$	11	
$72:$	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot3$		
kgV	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot3\cdot3\cdot$	11	$=2376$

Aufgabe 2

$3:$		3		
$12:$	$2\cdot2\cdot$	3		
$16:$	$2\cdot2\cdot2\cdot2$			
$52:$	$2\cdot2\cdot$		13	
kgV	$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot$	13	$=624$

Aufgabe 3

Bei einer Umdrehung des kleinen Zahnrades durchwandern 72 Zähne die Ausgangsstellung, ehe es wieder in seiner Ausgangsposition angelangt ist.
Bei einer Umdrehung des großen Zahnrades durchwandern 96 Zähne die Ausgangsstellung, ehe es wieder in seiner Ausgangsposition angelangt ist.



Gesucht ist nun das kgV beider:

$72:$	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot3$	
$96:$	$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot$	3	
kgV	$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot3$	$=288$

D.h. wenn 288 Zähne jedes Zahnrades die Ausgangsstellung durchwandert haben, sind beide Räder wieder in der Ausgangsposition.

Das ergibt für das

- große Zahnrad: $\frac{288}{96}=3$ Umdrehungen
- kleine Zahnrad: $\frac{288}{72}=4$ Umdrehungen

Aufgabe 4

Als erstes suchen wir die Zeit, wo alle 3 Läufer wieder gleichzeitig die Startlinie überqueren $\Rightarrow$ wir bilden das kgV von 5, 6 und 12 Minuten:

$$\begin{array}{lllll} 5: & & & 5 & \\ 6: & 2\cdot & 3 & & \\ 12: & 2\cdot 2\cdot & 3 & & \\ \hline kgV & 2\cdot 2\cdot & 3\cdot & 5 & =60 \end{array}$$

Nach 60 Minuten überlaufen alle gleichzeitig die Startlinie. Das ergibt in Runden für

- Läufer A:
  $\frac{60}{5}=12$ Runden

- Läufer B:
  $\frac{60}{6}=10$ Runden

- Läufer C:
  $\frac{60}{12}=5$ Runden

Aufgabe 5

Wie lange dauert eine Schwingung eines jeden Pendels?

Pendel A: $\frac{60s}{16}=3,75s$

Pendel B: $\frac{60s}{40}=1,5s$

Nach welcher Zeit befinden sich nun beide Pendel wieder in der Ausgangsstellung? $\Rightarrow$ kgV bilden von 3,75 und 1,5. Da sich von Dezimalzahlen schlecht das kgV bilden lässt, multiplizieren wir beide Werte mit 100:

$3,75\cdot 100=375$

$1,50\cdot 100=150$

$$\begin{array}{lllll} 375: & & 3\cdot & 5\cdot 5\cdot 5 & \\ 150: & 2\cdot & 3\cdot & 5\cdot 5 & \\ \hline kgV & 2\cdot & 3\cdot & 5\cdot 5\cdot 5 & =750 \end{array}$$

Dieser Wert muss nun wieder durch 100 dividiert werden:

$$\underline{\underline{\frac{750}{100}=7,5s}}$$

Aufgabe 6

$120:$	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot$	5		
$330:$	$2\cdot$	$3\cdot$	$5\cdot$	11	
$132:$	$2\cdot2\cdot$	$3\cdot$		11	
ggT	$2\cdot$	3			$=6$

Aufgabe 7

$216:$	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot3\cdot3$				
$120:$	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot$	5			
$300:$	$2\cdot2\cdot$	$3\cdot$	$5\cdot5$			
$4290:$	$2\cdot$	$3\cdot$	$5\cdot$	$11\cdot$	13	
	$2\cdot$	3				$=6$

Aufgabe 8

Um die maximale Größe einer Platte bestimmen zu können, bilden Sie den ggT von $100m$ und $144m$:

$100:$	$2\cdot2\cdot$		$5\cdot5$	
$144:$	$2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot3$		
	$2\cdot2$			$=4$

Die maximale Seitenlänge einer Platte beträgt also 4 Meter. $\Rightarrow$ Die Platten sind 4 x 4 Meter groß.

Aufgabe 9

Bilden Sie den ggT von 120 cm und 150 cm, um die Länge eines Zaunelements zu berechnen:

$120:$	$2\cdot2\cdot2\cdot$	$3\cdot$	5	
$150:$	$2\cdot$	$3\cdot$	$5\cdot5$	
	$2\cdot$	$3\cdot$	5	$=30$

Ein Zaunelement ist also 30 cm lang.

Umfang des Geheges:
$2\cdot120cm+2\cdot150cm=540cm$

Anzahl Zaunelemente:
$\frac{540cm}{30cm}=18$ Zaunelemente

Aufgabe 10

Bilden Sie den ggT von 180 cm und 420 cm:

$$\begin{array}{lllll} 180: & 2\cdot 2\cdot & 3\cdot 3\cdot & 5 & \\ 420: & 2\cdot 2\cdot & 3\cdot & 5\cdot & 7 \\ \hline & 2\cdot 2\cdot & 3\cdot & 5 & = 60cm \end{array}$$

Die Teilstücke sind 60 cm lang.

2. Bruchrechnung

(Buch Seite 10 – 14)

Aufgabe 1

$$4 \text{ Jahre} = 4\cdot 12 \text{ Monate} = 48 \text{ Monate}$$

$$48 \text{ Monate}\cdot\frac{1}{24} = 2 \text{ Monate}$$

Aufgabe 2

$$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{6}{6}-\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

Aufgabe 3

$$3 \text{ Jahre} = 3\cdot 12 \text{ Monate} = 36 \text{ Monate}$$

$$36 \text{ Monate}\cdot\frac{1}{72} = \frac{1}{2} \text{ Monat}$$

Aufgabe 4

X – Länge des längeren Stückes

$$\frac{3}{4}X + X = 35m$$

$$\frac{7}{4}X = 35m \quad \Big|\cdot\frac{4}{7}$$

$$X = 20m$$

Das kürzere Stück ist also $35m - 20m = 15m$ lang.

Aufgabe 5

Läufer 1 läuft die gesamte Strecke in der Zeit t:

$$L_1 = \frac{100}{100} = 1$$

Läufer 2 läuft $\frac{9}{10}$ der Strecke in der Zeit t:

$$L_2 = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

Läufer 3 schafft nur $\frac{9}{10}$ der Strecke, die Läufer 2 geschafft hat in der Zeit t:

$L_3 = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$, d.h. Läufer 3 schafft lediglich 81 Meter in der Zeit t, er ist also 19 Meter vom Ziel entfernt, als Läufer 1 im Ziel ankommt.

Aufgabe 6

A – Gewicht der ersten Ente

$$\underbrace{A}_{\text{1. Ente}} + \underbrace{\left(A + \frac{1}{3}A\right)}_{\text{2. Ente}} + \underbrace{\left(A + \frac{1}{3}A - \frac{1}{4}\left(A + \frac{1}{3}A\right)\right)}_{\text{3. Ente}} = 10kg$$

Auflösen nach A:

$$3\frac{1}{3}A = 10kg \quad \Big| : 3\frac{1}{3}$$

$$A = 3kg$$

Ente 1:

$$A = 3kg$$

Ente 2:

$$B = A + \frac{1}{3}A$$

$$= 3kg + \frac{1}{3} \cdot 3kg = 4kg$$

Ente 3:

$$C = B - \frac{1}{4}B$$

$$= 4kg - \frac{1}{4} \cdot 4kg = 3kg$$

Aufgabe 7

$$\frac{1}{12} \cdot 21 \text{ Jahre} = 1\frac{3}{4} \text{ Jahre}$$

Aufgabe 8

X – Autopreis

$$\frac{1}{3}X + \frac{3}{8}X = 8500€$$

$$\frac{17}{24}X = 8500€ \quad \left| \cdot \frac{24}{17} \right.$$

$$X = 12000€$$

Aufgabe 9

X – Verkaufspreis

$$25€ = \frac{1}{3}X \quad \left| \cdot 3 \right.$$

$$X = 75€$$

Aufgabe 10

$$\frac{2}{5} \cdot 50€ = 20€$$

Aufgabe 11

X – gesamte Ölmenge

$$\frac{1}{600} \cdot X = 2500l \quad \left| \cdot 600 \right.$$

$$X = 1500000l$$

Aufgabe 12

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{7} = \frac{7}{35} + \frac{10}{35} = \frac{17}{35}$$

Klaus spart monatlich $\frac{17}{35}$ seines Taschengeldes.

Aufgabe 13

$$142\frac{1}{3}kg + 122\frac{4}{7}kg + 2\frac{5}{12}kg = \frac{427}{3}kg + \frac{858}{7}kg + \frac{29}{12}kg$$
$$= \frac{427\cdot 28}{3\cdot 28}kg + \frac{858\cdot 12}{7\cdot 12}kg + \frac{29\cdot 7}{12\cdot 7}kg$$
$$= \frac{11956}{84}kg + \frac{10296}{84}kg + \frac{203}{84}kg$$
$$= \frac{22455}{84}kg = 267\frac{9}{28}kg$$

Aufgabe 14

A – Länge der Autorennstrecke
M – Länge der Motorradrennstrecke
T – Länge der Truckerrennstrecke

$$(I) \quad M = A - \frac{1}{3}A = \frac{2}{3}A$$
$$(II) \quad T = M + \frac{1}{5}M = \frac{6}{5}M$$

Einsetzen von Gleichung (I) in Gleichung (II) liefert:

$$T = \frac{6}{5}\cdot\frac{2}{3}A = \frac{4}{5}A$$

Aufgabe 15

N – Nettoverdienst
B – Bruttoverdienst
W – Wohnungsmiete

$$N = \frac{2}{3}\cdot B$$
$$W = \frac{1}{3}\cdot N$$

$$N - W = \frac{2}{3}B - \frac{1}{3}N$$
$$= \frac{2}{3}B - \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}B = \frac{4}{9}B$$

Aufgabe 16

$$\frac{12}{12}-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$$

$$\frac{5}{12}\cdot 1h=\frac{5}{12}\cdot 60\,\text{min}=25\,\text{min}$$

Aufgabe 17

$$\begin{aligned}1\frac{1}{3}m-\frac{1}{4}m&=\frac{4}{3}m-\frac{1}{4}m\\&=\frac{16}{12}m-\frac{3}{12}m\\&=\frac{13}{12}m=1\frac{1}{12}m\end{aligned}$$

Aufgabe 18

$$\begin{aligned}103\frac{1}{4}m\cdot 76\frac{2}{3}m&=\frac{413\cdot 230}{4\cdot 3}m^2\\&=\frac{94990}{12}m^2=7915\frac{5}{6}m^2\end{aligned}$$

Aufgabe 19

$$\text{Breite}=1\frac{1}{4}m=\frac{5}{4}m=\frac{25}{2}dm$$

$$\text{Tiefe}=4\frac{1}{8}dm=\frac{33}{8}dm$$

$$\text{Wasserhöhe}=75\frac{1}{2}cm-2cm=\frac{147}{20}dm$$

$$V=B\cdot T\cdot H$$

$$=\frac{25\cdot 33\cdot 147}{2\cdot 8\cdot 20}dm^3=378\frac{63}{64}dm^3=378\frac{63}{64}l$$

Aufgabe 20

Bande A erhält $\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$ der Beute. Damit erhält jeder Räuber der Bande A

$\frac{\frac{2}{5}}{5\text{ Mitglieder}}=\frac{2}{5\cdot 5}=\frac{2}{25}$ der Beute.

Bande B erhält $\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$ der Beute. Damit erhält jeder Räuber der Bande B

$\frac{\frac{3}{5}}{7\text{ Mitglieder}}=\frac{3}{5\cdot 7}=\frac{3}{35}$ der Beute.

Aufgabe 21

$$\text{Breite}=12\frac{2}{5}m^2:2\frac{1}{2}m=\frac{62}{5}m^2:\frac{5}{2}m$$
$$=\frac{62}{5}\cdot\frac{2}{5}m=\frac{124}{25}m=4\frac{24}{25}m$$

Aufgabe 22

X – Seitenlänge der Grundfläche

$$X^2\cdot 6\frac{1}{3}cm=128\frac{1}{4}cm^3$$
$$X^2\cdot\frac{19}{3}=\frac{513}{4}cm^2 \quad \Big|\cdot\frac{3}{19}$$
$$X^2=\frac{513\cdot 3}{4\cdot 19}cm^2$$
$$=\frac{1539}{76}cm^2$$
$$=\frac{81}{4}cm^2 \quad \Big|\sqrt{\ }$$
$$X=\sqrt{\frac{81}{4}cm^2}=\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{4}}cm=\frac{9}{2}cm=4\frac{1}{2}cm$$

Aufgabe 23

$$\frac{3}{4}m:4=\frac{3}{4}m\cdot\frac{1}{4}=\frac{3\cdot 1}{4\cdot 4}m=\frac{3}{16}m$$

Aufgabe 24

$$\left(1\frac{1}{3}dm\right)^3 = \left(\frac{4}{3}\right)^3 dm^3 = \frac{4^3}{3^3}dm^3 = \frac{64}{27}dm^3 = 2\frac{10}{27}dm^3$$

Aufgabe 25

$$\sqrt[3]{2\frac{10}{27}dm^3} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}dm^3} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}}dm = 1\frac{1}{3}dm$$

3. Gleichungen

(Buch Seite 15 – 24)

Aufgabe 1

X – 10-Cent-Stücke
Y – 5-Cent-Stücke

$$0{,}10X + 0{,}05Y = 1{,}20 \quad (I)$$
$$X + Y = 17 \;\Rightarrow\; Y = 17 - X \quad (II)$$

Einsetzen (II) in (I):

$$0{,}10X + (17 - X)\cdot 0{,}05 = 1{,}20$$
$$0{,}10X + 0{,}85 - 0{,}05X = 1{,}20$$
$$0{,}05X = 1{,}20 - 0{,}85 \quad |:0{,}05$$
$$X = 7$$

Aufgabe 2

$$\frac{14000 - 10500}{100} = X$$
$$X = 35$$

Aufgabe 3

$$10 \text{ Mannschaften} \cdot 9 \text{ Turner} = X \text{ Mannschaften} \cdot 6 \text{ Turner}$$
$$X = \frac{10\cdot 9}{6} = 15 \text{ Mannschaften}$$

Aufgabe 4

A – jüngere Bruder
B – ältere Bruder

$$A + B = 39 \quad (I)$$
$$B - A = 7 \;\Rightarrow\; B = 7 + A \quad (II)$$

Einsetzen (II) in (I):

$$A + 7 + A = 39 \quad |-7$$
$$2A = 39 - 7 \quad |:2$$
$$A = \frac{32}{2} = 16 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 5

A – kleine Kiste Äpfel
B – große Kiste Äpfel

$$A + B = 87kg \quad (I)$$
$$B - A = 11kg \;\Rightarrow\; B = 11kg + A \quad (II)$$

Einsetzen (II) in (I):

$$A + 11kg + A = 87kg \quad |-11kg$$
$$2A = 87kg - 11kg \quad |:2$$
$$A = 38kg$$

Aufgabe 6

$$\frac{Y}{3,4} = 9,2 \quad |\cdot 3,4$$
$$Y = 9,2 \cdot 3,4 = 31,28$$

Aufgabe 7

A – Alter des jüngeren Partners
B – Alter des älteren Partners

$$A + B = 75 \quad (I)$$
$$B - A = 5 \;\Rightarrow\; A = B - 5 \quad (II)$$

Einsetzen (II) in (I):

$$B-5+B=75 \quad |+5$$
$$2B=80 \quad |:2$$
$$B=40$$

Aufgabe 8

B – Alter des Bürovorstehers
A – Alter des Azubis
S – Alter der Sekretärin

$$B=3A \Rightarrow A=\frac{B}{3} \quad (I)$$
$$B=2S \Rightarrow S=\frac{B}{2} \quad (II)$$
$$B+A+S=88 \quad (III)$$

(I) und (II) in (III) einsetzen:

$$B+\frac{1}{3}B+\frac{1}{2}B=88$$
$$\frac{11}{6}B=88 \quad \left|\cdot\frac{6}{11}\right.$$
$$B=48 \text{ Jahre}$$

$$A=\frac{B}{3}=\frac{48}{3}=16 \text{ Jahre}$$

$$S=\frac{B}{2}=\frac{48}{2}=24 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 9

X – Anzahl Söhne
Y – Anzahl Töchter

$$X-1=Y \quad (I)$$
$$X=2(Y-1) \quad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$2(Y-1)-1=Y$$
$$2Y-2-1=Y$$
$$2Y-3=Y \quad |-Y;+3$$
$$Y=3$$

Aufgabe 10

M – Anzahl Männer
F – Anzahl Frauen
K – Anzahl Kinder
J – Anzahl Jugendliche

$$M + F + K + J = 81 \quad (I)$$
$$2F = M \quad (II)$$
$$2(K + J) = M + F \quad (III)$$
$$J = 2K \quad (IV)$$

(II) und (IV) in (I) einsetzen:

$$2F + F + K + 2K = 81$$
$$3F + 3K = 81 \quad (V)$$

(II) und (IV) in (III) einsetzen:

$$2(K + J) = M + F$$
$$2K + 2J = M + F$$
$$2K + 2 \cdot 2K = 2F + F$$
$$6K = 3F$$
$$K = \frac{1}{2}F \quad (VI)$$

(VI) in (V) einsetzen:

$$3F + 3\left(\frac{1}{2}F\right) = 81$$
$$4\frac{1}{2}F = 81 \quad \Big| : 4\frac{1}{2}$$
$$F = 18$$

$$K = \frac{1}{2}F = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$$
$$M = 2F = 2 \cdot 18 = 36$$
$$J = 2K = 2 \cdot 9 = 18$$

Aufgabe 11

A – gesuchte Arbeitsdauer Arbeiter A
B – gesuchte Arbeitsdauer Arbeiter B
Wb – Wohnblock

$$\frac{1Wb}{A} + \frac{1Wb}{B} = \frac{1Wb}{16 \text{ Tage}} \quad (I)$$

Nach 4 Tagen sind $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ der Renovierungsarbeiten erledigt. D.h., es muss noch $\frac{3}{4}$ des Wohnblocks renoviert werden.

Daraus folgt:

$$\frac{1Wb}{A}=\frac{3/4\,Wb}{36}=\frac{3Wb}{4\cdot 36}$$

Umstellen nach A:

$$1Wb\cdot 4\cdot 36=A\cdot 3Wb$$

$$A=\frac{1Wb\cdot 4\cdot 36}{3Wb}=48\text{ Tage}$$

Einsetzen in Gleichung (I):

$$\frac{1Wb}{48}+\frac{1Wb}{B}=\frac{1Wb}{16}\quad\Big|-\frac{1Wb}{48}$$

$$\frac{1Wb}{B}=\frac{1Wb}{16}-\frac{1Wb}{48}$$

$$\frac{1Wb}{B}=\frac{48Wb-16Wb}{16\cdot 48}=\frac{1Wb}{24}$$

$$B=24\text{ Tage}$$

<u>Aufgabe 12</u>

$$X+Y=4430\qquad(I)$$

$$X-Y=1370\;\Rightarrow\;X=1370+Y\qquad(II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$1370+Y+Y=4430\qquad|-1370$$

$$2Y=4430-1370\qquad|:2$$

$$Y=1530$$

$$X=1370+Y$$

$$=1370+1530$$

$$=2900$$

Aufgabe 13

K – Meter Kunstfaserteppich
W – Meter Wollteppich

$$3K + 4W = 470 \quad (I)$$
$$W - K = 30 \Rightarrow W = K + 30 \quad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$3K + 4(K + 30) = 470$$
$$3K + 4K + 120 = 470 \quad |-120$$
$$7K = 470 - 120 \quad |:7$$
$$K = 50€$$

$$W = K + 30$$
$$= 50 + 30$$
$$= 80€$$

Aufgabe 14

$$5X - 50 = 30 \quad |+50$$
$$5X = 80 \quad |:5$$
$$X = 16$$

Aufgabe 15

A – Strecke am 1. Tag
B – Strecke am 2. Tag
C – Strecke am 3. Tag

$$A + B + C = 130 \quad (I)$$
$$A = 2C \Rightarrow C = \frac{A}{2} \quad (II)$$
$$B = A - 10 \quad (III)$$

(II) und (III) in (I) einsetzen:

$$A + A - 10 + \frac{A}{2} = 130 \quad |+10$$
$$2\frac{1}{2}A = 140 \quad \left|:2\frac{1}{2}\right.$$
$$A = 56km$$

$$B = A - 10$$
$$= 56 - 10 = 46km$$

$$C = \frac{A}{2}$$
$$= \frac{56}{2} = 28km$$

Aufgabe 16

A – Länge großes Teil
B – Länge kleines Teil

$$A + B = 800 \quad (I)$$
$$B + 70 = A \quad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$B + 70 + B = 800 \quad |-70$$
$$2B = 730 \quad |:2$$
$$B = 365cm = 3,65m$$

Aufgabe 17

$$\underbrace{X}_{1.\text{ Zahl}} + \underbrace{(X+5)}_{2.\text{ Zahl}} + \underbrace{(X+5+5)}_{3.\text{ Zahl}} + \underbrace{(X+5+5+5)}_{4.\text{ Zahl}} = 42$$
$$4X + 30 = 42 \quad |-30$$
$$4X = 12 \quad |:4$$
$$X = 3$$

Die Zahlen lauten also 3, 8, 13 und 18.

Aufgabe 18

X – gesamtes Restgeld von der Klassenfahrt

$$-(X - 10 \cdot 20€) = X - 10 \cdot 18€$$
$$-X + 200€ = X - 180€ \quad |+X;+180$$
$$2X = 380€ \quad |:2$$
$$X = 190€$$

Aufgabe 19

M – Preis für 1 kg Mehl
Z – Preis für 1 kg Zucker

$$7000M + 3000Z = 21700€ \quad (I)$$
$$1000M + 1000Z = 4700€ \quad (II)$$

aus (II) folgt:

$$1000M = 4700€ - 1000Z \quad |:1000$$
$$M = 4,70€ - Z \quad (III)$$

(III) in (I) einsetzen:

$$7000(4,70€ - Z) + 3000Z = 21700€$$
$$32900€ - 7000Z + 3000Z = 21700€ \quad |-32900€$$
$$-4000Z = 21700€ - 32900€ \quad |:-4000$$
$$Z = 2,80€$$

$$M = 4,70€ - Z$$
$$= 4,70€ - 2,80€ = 1,90€$$

Aufgabe 20

X – Alter

$$X + 10 = 2 \cdot (X - 4)$$
$$X + 10 = 2X - 8 \quad |-X;+8$$
$$X = 18$$

Aufgabe 21

N – Nicos Anteil
P – Peters Anteil
H – Hans Anteil
C – Claudias Anteil

$$N + P + H + C = 6600€ \quad (I)$$
$$N = 6P \quad (II)$$
$$H = 4C \quad (III)$$
$$C = \frac{1}{2}N \quad (IV)$$

aus (II) folgt:

$$P = \frac{N}{6} \qquad (V)$$

aus (III) und (IV) folgt:

$$H = 4C = 4 \cdot \frac{1}{2} N = 2N \qquad (VI)$$

(IV), (V) und (VI) in (I) einsetzen:

$$N + \frac{1}{6} N + 2N + \frac{1}{2} N = 6600€$$

$$3\frac{2}{3} N = 6600€ \quad \Big| : 3\frac{2}{3}$$

$$N = 1800€$$

$$P = \frac{N}{6} = \frac{1800€}{6} = 300€$$

$$H = 2N = 2 \cdot 1800€ = 3600€$$

$$C = \frac{1}{2} N = \frac{1}{2} \cdot 1800€ = 900€$$

<u>Aufgabe 22</u>

alte Produktivität: $2 \ {}^{\text{Autos}}\!/_{\text{Tag}}$

neue Produktivität: $3 \ {}^{\text{Autos}}\!/_{\text{Tag}}$

$\Rightarrow$ Arbeitsproduktivität muss um $\frac{1}{2} = 50\%$ gesteigert werden.

<u>Aufgabe 23</u>

A – Kantenlänge Würfel A
B – Kantenlänge Würfel B

$$6A^2 - 6B^2 = 6480cm^2 \qquad (I)$$

$$A = B + 6cm \qquad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$6\cdot(B+6)^2-6B^2=6480$$
$$6(B^2+12B+36)-6B^2=6480$$
$$6B^2+72B+216-6B^2=6480 \quad |-216$$
$$72B=6480-216 \quad |:72$$
$$B=87cm$$

$$A=B+6cm$$
$$=87cm+6cm=93cm$$

<u>Aufgabe 24</u>

B – Breite
L – Länge
A – Flächeninhalt

$$L=3B \quad (I)$$
$$(L+8)(B+7)=LB+404 \quad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$(3B+8)(B+7)=3B\cdot B+404$$
$$3B^2+21B+8B+56=3B^2+404 \quad |-3B^2$$
$$29B+56=404 \quad |-56$$
$$29B=404-56 \quad |:29$$
$$B=12dm$$

$$L=3B$$
$$=3\cdot 12dm=36dm$$

$$A=LB$$
$$=12dm\cdot 36dm=432dm^2$$

Aufgabe 25

$$\frac{1\text{ Möbelstück}}{2\frac{2}{5}\text{ Tage}}+\frac{1\text{ Möbelstück}}{3\text{ Tage}}+\frac{1\text{ Möbelstück}}{4\text{ Tage}}=\frac{1\text{ Möbelstück}}{\text{X Tage}}$$

$$\frac{5}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{1}=1$$

$$\frac{1\text{ Möbelstück}}{\text{X Tage}}=\frac{1\text{ Möbelstück}}{1\text{ Tag}}$$

$$1\text{ Möbelstück}\cdot 1\text{ Tag}=1\text{ Möbelstück}\cdot\text{X Tage}$$

$$\text{X}=1\text{ Tag}$$

Aufgabe 26

A – Wehrsold Soldat A
B – Wehrsold Soldat B

$$A=\frac{5}{6}B \qquad (I)$$

$$\frac{3}{4}A+B+80=1120 \qquad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{5}{6}B\right)+B+80=1120 \qquad \Big|-80$$

$$\frac{5}{8}B+B=1040$$

$$1\frac{5}{8}B=1040 \qquad \Big|:1\frac{5}{8}$$

$$B=640€$$

$$A=\frac{5}{6}B$$

$$=\frac{5}{6}\cdot 640€=533{,}33€$$

Aufgabe 27

X – Anzahl Jungen
Y – Anzahl Mädchen

$$X + Y = 740 \Rightarrow X = 740 - Y \qquad (I)$$

$$21\tfrac{9}{16}\% \cdot Y + 10\% \cdot X = 15\% \cdot 740 \Rightarrow \frac{69}{320}Y + \frac{1}{10}X = \frac{3}{20} \cdot 740 \qquad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$\frac{69}{320}Y + \frac{1}{10} \cdot (740 - Y) = 111$$

$$\frac{69}{320}Y + 74 - \frac{1}{10}Y = 111 \qquad \Big| -74$$

$$\frac{37}{320}Y = 37 \qquad \Big| : \frac{37}{320}$$

$$Y = 320$$

$$X = 740 - Y$$
$$= 740 - 320 = 420$$

Aufgabe 28

P – Preis Pflanze
Ü – Preis Übertopf

$$P + Ü = 32€ \qquad (I)$$

$$P - Ü = 30€ \Rightarrow P = 30€ + Ü \qquad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$30€ + Ü + Ü = 32€ \qquad \Big| -30€$$

$$2Ü = 2€ \qquad \Big| : 2$$

$$Ü = 1€$$

Aufgabe 29

S – Gesamtzahl der Studenten der Universität

$$\frac{1}{2}S+\frac{1}{4}S+\frac{1}{7}S+300=S$$
$$\frac{25}{28}S+300=S \quad \Big| -\frac{25}{28}S$$
$$\frac{3}{28}S=300 \quad \Big| :\frac{3}{28}$$
$$S=2800$$

Aufgabe 30

R – Anzahl der Rosen
G – Anzahl der Gerberas

$$R+G=50 \;\Rightarrow\; G=50-R \qquad (I)$$
$$1{,}50\cdot R+2{,}00\cdot G=80 \qquad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$1{,}5R+2\cdot(50-R)=80$$
$$1{,}5R+100-2R=80 \quad \Big| -100$$
$$-0{,}5R=-20 \quad \Big| :(-0{,}5)$$
$$R=40$$

Aufgabe 31

G – Anzahl der guten Äpfel
S – Anzahl der schlechten Äpfel

$$G+S=200 \;\Rightarrow\; S=200-G \qquad (I)$$
$$0{,}9G+0{,}4S=115 \qquad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$0{,}9G+0{,}4(200-G)=115$$
$$0{,}9G+80-0{,}4G=115 \quad \Big| -80$$
$$0{,}5G=115-80 \quad \Big| :0{,}5$$
$$G=70$$

Aufgabe 32

A – Anzahl der 10€-Banknoten
B – Anzahl der 20€-Banknoten

$$A+B=8 \Rightarrow B=8-A \quad (I)$$
$$10A+20B=110 \quad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$10A+20(8-A)=110$$
$$10A+160-20A=110 \quad \Big|-160$$
$$-10A=-50 \quad \Big|:(-10)$$
$$A=5$$

Aufgabe 33

$$\text{Flächeninhalt Dreieck} = \frac{1}{2}\text{Höhe}\cdot\text{Seitenlänge}$$
$$A=\frac{1}{2}ha$$

$$\frac{1}{2}ha+5=\frac{1}{2}(h+1)(a+1) \quad (I)$$
$$\frac{1}{2}ha+2=\frac{1}{2}(h+2)(a-1) \quad (II)$$

aus (I) folgt:

$$\frac{1}{2}ha+5=\frac{1}{2}(ha+h+a+1)$$
$$\frac{1}{2}ha+5=\frac{1}{2}ha+\frac{1}{2}h+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2} \quad \Big|-\frac{1}{2}ha;-\frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}h=4{,}5 \quad (III)$$

aus (II) folgt:

$$\frac{1}{2}ha+2=\frac{1}{2}(ha-h+2a-2)$$
$$\frac{1}{2}ha+2=\frac{1}{2}ha-\frac{1}{2}h+a-1 \quad \Big|-\frac{1}{2}ha;+1;+\frac{1}{2}h$$
$$a=3+\frac{1}{2}h \quad (IV)$$

(IV) in (III) einsetzen:

$$\frac{1}{2}\left(3+\frac{1}{2}h\right)+\frac{1}{2}h=4,5$$

$$1,5+0,25h+0,5h=4,5 \quad \left|-1,5\right.$$

$$0,75h=3 \quad \left|:0,75\right.$$

$$h=4cm$$

$$a=3+\frac{1}{2}h$$

$$=3+\frac{1}{2}\cdot 4cm=5cm$$

<u>Aufgabe 34</u>

A – Anzahl Murmeln aus Kiste A
B – Anzahl Murmeln aus Kiste B

$$A-11=B+11 \Rightarrow A=B+22 \quad (I)$$

$$A+11=2(B-11) \quad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$B+22+11=2(B-11)$$

$$B+33=2B-22 \quad \left|-B;+22\right.$$

$$B=55$$

$$A=B+22$$

$$=55+22=77$$

<u>Aufgabe 35</u>

F – Anzahl der Freunde
P – Preis des Ferienhauses

$$F\cdot 40€=P-105€ \Rightarrow P=40€\cdot F+105€ \quad (I)$$

$$F\cdot 60€=P+35€ \quad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$60€\cdot F=40€\cdot F+105€+35€ \quad \left|-40€\cdot F\right.$$

$$20€\cdot F=140€ \quad \left|:20€\right.$$

$$F=7$$

$$P = 40€ \cdot F + 105€$$
$$= 40€ \cdot 7 + 105€ = 385€$$

Aufgabe 36

A – Anzahl der 5€-Scheine
B – Anzahl der 10€-Scheine
C – Anzahl der 50€-Scheine

$$A + B + C = 9 \quad (I)$$
$$B = 2C \quad (II)$$
$$5A + 10B + 50C = 155 \quad (III)$$

aus (I) und (II) folgt:

$$A + 2C + C = 9$$
$$A + 3C = 9 \quad |-3C$$
$$A = 9 - 3C \quad (IV)$$

(II) und (IV) in (III) einsetzen:

$$5(9 - C) + 10 \cdot 2C + 50C = 155$$
$$45 - 15C + 20C + 50C = 155 \quad |-45$$
$$55C = 110 \quad |:55$$
$$C = 2$$

$$B = 2C$$
$$= 2 \cdot 2 = 4$$

$$A = 9 - 3C$$
$$= 9 - 3 \cdot 2 = 3$$

Aufgabe 37

S – Gewicht eines Stahlträgers
B – Gewicht eines Betonteils
Z – Gewicht eines Zementsackes

$$5S + 2B + 20Z = 10000 \quad (I)$$
$$2S + 3B + 40Z = 10000 \quad (II)$$
$$2S + 4B = 10000 \quad (III)$$

aus (III) folgt:

$$2S = 10000 - 4B \quad |:2$$
$$S = 5000 - 2B \quad (IV)$$

(IV) in (II) einsetzen:

$$2S + 3B + 40Z = 10000$$
$$2(5000 - 2B) + 3B + 40Z = 10000$$
$$10000 - 4B + 3B + 40Z = 10000 \quad |-10000$$
$$40Z - B = 0 \quad |+B$$
$$40Z = B \quad (V)$$

(IV) in (I) einsetzen:

$$5S + 2B + 20Z = 10000$$
$$5(5000 - 2B) + 2B + 20Z = 10000$$
$$25000 - 10B + 2B + 20Z = 10000 \quad |-25000$$
$$-8B + 20Z = -15000 \quad (VI)$$

(V) in (VI) einsetzen:

$$-8B + 20Z = -15000$$
$$-8 \cdot 40Z + 20Z = -15000$$
$$-300Z = -15000 \quad |:(-300)$$
$$Z = 50kg$$

$$B = 40Z$$
$$= 40 \cdot 50kg = 2000kg = 2t$$

$$S = 5000 - 2B$$
$$= 5000 - 2 \cdot 2000kg = 1000kg = 1t$$

<u>Aufgabe 38</u>

A – Arnos Arbeitszeit für 1 Haus
W – Werners Arbeitszeit für 1 Haus
K – Klaus Arbeitszeit für 1 Haus

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{W} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{W} = \frac{1}{12} - \frac{1}{A} \quad (I)$$
$$\frac{1}{A} + \frac{1}{K} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{15} - \frac{1}{A} \quad (II)$$
$$\frac{1}{W} + \frac{1}{K} = \frac{1}{20} \quad (III)$$

(I) und (II) in (III) einsetzen:

$$\frac{1}{12}-\frac{1}{A}+\frac{1}{15}-\frac{1}{A}=\frac{1}{20} \quad \left|-\frac{1}{12};-\frac{1}{15}\right.$$

$$-\frac{2}{A}=\frac{1}{20}-\frac{1}{12}-\frac{1}{15}$$

$$-\frac{2}{A}=-\frac{1}{10} \quad \left|\cdot(-1)\right.$$

$$\frac{2}{A}=\frac{1}{10}$$

$$A=2\cdot 10=20 \text{ Monate}$$

$$\frac{1}{W}=\frac{1}{12}-\frac{1}{A}$$

$$=\frac{1}{12}-\frac{1}{20}=\frac{1}{30}$$

$$W=30 \text{ Monate}$$

$$\frac{1}{K}=\frac{1}{15}-\frac{1}{A}$$

$$=\frac{1}{15}-\frac{1}{20}=\frac{1}{60}$$

$$K=60 \text{ Monate}$$

<u>Aufgabe 39</u>

A – Pflügzeit für ein Feld Bauer A
B - Pflügzeit für ein Feld Bauer B

$$B-A=6 \Rightarrow A=B-6 \quad (I)$$

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{1}{4} \quad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$\frac{1}{B-6}+\frac{1}{B}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{B+(B-6)}{B(B-6)}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{2B-6}{B^2-6B}=\frac{1}{4}$$

$$4(2B-6)=B^2-6B$$

$$8B-24=B^2-6B \quad \left|-8B;+24\right.$$

$$0=B^2-14B+24$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen benutzen:

$$B_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$p = -14$ $\qquad$ $q = 24$

$$B_{1/2} = \frac{14}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-14}{2}\right)^2 - 24}$$

$$= 7 \pm \sqrt{25}$$

$$= 7 \pm 5$$

$B_1 = 12h$ $\qquad$ $B_2 = 2h$

Lösung 2 hat nach der Aufgabenstellung keinen Sinn, Bauer B braucht daher 12 h zum Pflügen eines bestimmten Feldes.

<u>Aufgabe 40</u>

F – Anzahl der Freunde
E – Eintrittspreis pro Person

$$F \cdot E = 49 \qquad (I)$$

$$(F-2) \cdot 2{,}8 = 2E \qquad (II)$$

aus (II) folgt:

$$(F-2) \cdot 2{,}8 = 2E$$

$$2{,}8F - 5{,}6 = 2E \qquad |:2$$

$$E = 1{,}4F - 2{,}8 \qquad (III)$$

(III) in (I) einsetzen:

$$F \cdot (1{,}4F - 2{,}8) = 49$$

$$1{,}4F^2 - 2{,}8F - 49 = 0 \qquad |:1{,}4$$

$$F^2 - 2F - 35 = 0$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:

$$F_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$p = -2$ und $q = -35$

$$F_{1/2} = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 + 35}$$
$$= 1 \pm \sqrt{36}$$
$$= 1 \pm 6$$
$F_1 = 7$ und $F_2 = -5$

Lösung 2 hat keinen Sinn, es gehen daher 7 Freunde ins Kino.

Aufgabe 41

P – Preis für 1 kg Kaffee
M – Menge Kaffee in kg

$$P \cdot M = 108 \quad (I)$$
$$M - P = 3 \Rightarrow P = M - 3 \quad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:
$$(M-3)M = 108$$
$$M^2 - 3M = 108 \quad |-108$$
$$M^2 - 3M - 108 = 0$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:
$$M_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$p = -3$ und $q = -108$

$$M_{1/2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 108}$$
$$= 1{,}5 \pm 10{,}5$$
$M_1 = 12kg$ und $M_2 = -9kg$

Lösung 2 hat keinen Sinn $\Rightarrow$ Man kauft 12 kg Kaffee.

Aufgabe 42

$$X^2 + (X+1)^2 + (X+2)^2 = 77$$
$$X^2 + X^2 + 2X + 1 + X^2 + 4X + 4 = 77$$
$$3X^2 + 6X + 5 = 77 \quad |-77$$
$$3X^2 + 6X - 72 = 0 \quad |:3$$
$$X^2 + 2X - 24 = 0$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:

$$X_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$p = 2$ und $q = -24$

$$X_{1/2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 24}$$

$$= -1 \pm \sqrt{25}$$

$$= -1 \pm 5$$

$X_1 = 4$ und $X_2 = -6$

Nach der Aufgabenstellung hat Lösung 2 keinen Sinn. Die Zahlen lauten daher 4, 5 und 6.

<u>Aufgabe 43</u>

B – Breite
L – Länge

$$BL = 108 \qquad (I)$$

$$B = \frac{1}{3}L \qquad (II)$$

(II) in (I) einsetzen:

$$\frac{1}{3}L \cdot L = 108$$

$$\frac{1}{3}L^2 = 108 \qquad |\cdot 3$$

$$L^2 = 324 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$L = 18cm$$

$$B = \frac{1}{3}L$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 18cm = 6cm$$

Aufgabe 44

$$X^2+(X+1)^2+(X+2)^2+(X+3)^2=30$$
$$X^2+X^2+2X+1+X^2+4X+4+X^2+6X+9=30$$
$$4X^2+12X+14=30 \quad |-30$$
$$4X^2+12X-16=0 \quad |:4$$
$$X^2+3X-4=0$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:

$$X_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$p=3$ und $q=-4$

$$X_{1/2}=-\frac{3}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+4}$$
$$=-1,5\pm\sqrt{6,25}$$
$$=-1,5\pm 2,5$$

$X_1=1$ und $X_2=-4$

Lösung 2 hat aufgrund der Aufgabenstellung keinen Sinn. $\Rightarrow$ Die Zahlen lauten 1, 2, 3 und 4.

Aufgabe 45

$$X^2+X=42$$
$$X^2+X-42=0$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen verwenden:

$$X_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$p=1$ und $q=-42$

$$X_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+42}$$
$$=-0,5\pm\sqrt{42,25}$$
$$=-0,5\pm 6,5$$

$X_1=6$ und $X_2=-7$

4. Denkaufgaben

(Buch Seite 25 – 32)

Aufgabe 1

Dreisatz aufstellen:

$$\frac{6}{\frac{1}{2}\cdot 19}=\frac{X}{\frac{1}{3}\cdot 57}$$

Nach X umstellen:

$$X=\frac{6}{\frac{1}{2}\cdot 19}\cdot\frac{1}{3}\cdot 57=12$$

Aufgabe 2

siehe Lösungsbeispiel im Buch

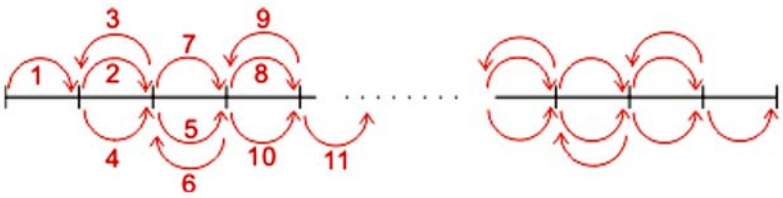
Aufgabe 3

$$\frac{5\text{ Mäuse}}{5\text{ Katzen}\cdot 5\text{ Minuten}}=\frac{5\text{ Mäuse}}{5\text{ Katzen}\cdot 5\text{ Minuten}}\cdot\frac{20}{20}$$ (Erweitern mit 20)

$$=\frac{100\text{ Mäuse}}{5\text{ Katzen}\cdot 100\text{ Minuten}}$$

$\Rightarrow$ 5 Katzen

Aufgabe 4



Die Strecke besteht aus 60 halben Metern. Nach der Zeichnung überschreitet Hannes den ersten halben Meter mit einem Schritt, die folgenden 58 halbe Meter mit jeweils 3 Schritten, den letzten halben Meter wieder nur mit einem einzigen.

Daraus folgt:

$1\cdot 1+58\cdot 3+1\cdot 1=176$

Aufgabe 5

Wie viele Schüler gehören nur der Sportgruppe an?
$283-89=194$

Wie viele Schüler gehören dem Orchester und der Sportgruppe an?
17

Wie viele Schüler gehören der Sportgruppe an?
$194+17=211$

Aufgabe 6

Da es sich um 3 Räuber handelt, muss man alle Vielfache von 3 durchprobieren:

- 3:
  $\frac{3}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ erfüllt die Forderung nicht!

- 6:
  $\frac{6}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}$ $\Rightarrow$ Diese Brüche können auf die gewünschte Form gebracht werden:

  Karl: $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

  Knut: $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

  Ulf: $\frac{1}{6}$

Aufgabe 7

Dies ist eine Kombination ohne Wiederholung: Es werden 6 Elemente ohne Berücksichtigung der Reihenfolge und ohne Wiederholung aus 8 Elementen ausgewählt.

$$\binom{8}{6}=\frac{8!}{6!\cdot(8-6)!}=\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot1\cdot2}=28\text{ Möglichkeiten}$$

Aufgabe 8

siehe Lösungsbeispiel im Buch

Aufgabe 9

A – Zehnerstelle der gesuchten Zahl
B – Einerstelle der gesuchten Zahl

a) Die gesuchte Zahl muss folgende Bedingung erfüllen:

$$\left(\frac{A\cdot 10+B}{2}\right)^2 = B\cdot 10 + A$$

$$\frac{(10A+B)^2}{4} = 10B + A$$

$$\frac{100A^2+20AB+B^2}{4} = 10B + A \quad \Big|\cdot 4$$

$$100A^2+20AB+B^2 = 40B+4A$$

$$\underline{0 = 100A^2+B^2+20AB-40B-4A}$$

b) Des weiteren gilt: Die gesuchte Zahl ist zweistellig, d.h. das auch die Zahl mit vertauschten Ziffern zweistellig ist.
Daraus folgt, dass auch die Hälfte der gesuchten Zahl zum Quadrat zweistellig sein muss. $\Rightarrow$ Die gesuchte Zahl liegt somit zwischen 10 und 19, denn nur hier ist Bedingung a) erfüllt. $\Rightarrow$ $A=1$

$\Rightarrow$ Einsetzen in Bedingung a):

$$0 = 100+B^2+20B-40B-4$$

$$0 = B^2-20B+96$$

Lösungsformel für quadratische Gleichungen benutzen:

$$B_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$p=-20 \qquad\qquad q=96$$

$$B_{1/2} = \frac{20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-20}{2}\right)^2 - 96}$$

$$= 10 \pm \sqrt{4}$$

$$= 10 \pm 2$$

$$B_1 = 8 \qquad\qquad B_2 = 12$$

Lösung 2 hat keinen Sinn, die gesuchte Zahl heißt somit 18.

Aufgabe 10

Aussehen eines Steines mit Variablen statt Ziffern: ABC / DEF

Nun sollen auf den Steinen nur zwei verschiedene Ziffern auftauchen, die im Folgenden mit A und B bezeichnet werden: AAA / BBB oder ABA / BAB usw.

Es gibt nun nur 4 Anordnungsmöglichkeiten für die 2 verschiedenen Ziffern:

ABB / BAA
BAB / ABA
BBA / AAB
AAA / BBB

(BAA / ABB, ABA / BAB, AAB / BBA und BBB / AAA finden keine Beachtung, da sie das gleiche darstellen und keine neuen Anordnungsmöglichkeiten sind.)

Man stellt fest, dass die Summe aus A und B immer 9 ist, somit ist ein Entfernungsstein nur noch von einer Variable abhängig: A

$$\begin{array}{ccccccc} A & 9-A & 9-A & / & 9-A & A & A \\ 9-A & A & 9-A & / & A & 9-A & A \\ 9-A & 9-A & A & / & A & A & 9-A \\ A & A & A & / & 9-A & 9-A & 9-A \end{array}$$

A kann nun insgesamt 10 verschiedene Werte annehmen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9.

Es gibt also insgesamt $4 \cdot 10 = 40$ Steine mit 2 verschiedenen Ziffern.

Aufgabe 11

V – Volumen des anfänglichen Würfels
K – Kantenlänge des anfänglichen Würfels

$$0,2V = 2 \cdot 1^3 + 2 \cdot 2^3 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 4^3 \quad \left| : 0,2 \right.$$

$$V = \frac{2+16+54+128}{0,2} = \frac{200}{0,2} = 1000cm^3$$

$$K = \sqrt[3]{V}$$

$$= \sqrt[3]{1000cm^3} = 10cm$$

Aufgabe 12

siehe Lösungsbeispiel im Buch

Aufgabe 13

Bei der 1. Entnahme wird $\frac{1}{16}$ des gesuchten Betrages entnommen, bei der 2. Entnahme $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{128}$ des gesamten Ersparten.
D.h., die gesuchte Zahl muss durch 16 und 128 teilbar sein. ⇒ Dies ist für 128 der Fall. ⇒ Am Anfang befinden sich mindestens 128 € im Sparschwein.

Aufgabe 14

v_{Rad} - Geschwindigkeit des Fahrrads
v_{Moped} - Geschwindigkeit des Mopeds
s - Strecke zwischen A-Dorf und B-Dorf
$t_{Rad/Gesamt}$ - Zeit, die Radfahrer von A-Dorf nach B-Dorf braucht
$t_{Rad/Teil}$ - Zeit, die Radfahrer von B-Dorf bis zum Treffen mit dem Moped braucht
$t_{Moped/Teil}$ - Zeit, die Mopedfahrer von A-Dorf bis zum Treffen mit dem Fahrrad braucht

$$v_{Rad} = \frac{s}{t_{Rad/Gesamt}}$$

$$s = v_{Moped} \cdot t_{Moped/Teil} + v_{Rad} \cdot t_{Rad/Teil}$$

$$s = v_{Rad} \cdot t_{Rad/Gesamt}$$

Gleichsetzen

$$v_{Rad} \cdot t_{Rad/Gesamt} = v_{Moped} \cdot t_{Moped/Teil} + v_{Rad} \cdot t_{Rad/Teil} \quad \Big| -v_{Rad} \cdot t_{Rad/Teil}$$

$$v_{Rad} \cdot t_{Rad/Gesamt} - v_{Rad} \cdot t_{Rad/Teil} = v_{Moped} \cdot t_{Moped/Teil}$$

$$v_{Rad} \left(t_{Rad/Gesamt} - t_{Rad/Teil} \right) = v_{Moped} \cdot t_{Moped/Teil}$$

$$v_{Rad} = \frac{v_{Moped} \cdot t_{Moped/Teil}}{t_{Rad/Gesamt} - t_{Rad/Teil}}$$

$$v_{Rad} = \frac{48\, km/h \cdot 2\frac{1}{2} h}{5\frac{2}{3} h - 1\frac{2}{3} h} = 30\, km/h$$

$$s = v_{Rad} \cdot t_{Rad/Gesamt}$$
$$= 30\, km/h \cdot 5\frac{2}{3} h = 170 km$$

Aufgabe 15

Gesamtinhalt des Pools:
$120 \cdot 15l = 1800l$

Wie viel Wasser ist im Pool, als der Sohn zur Hilfe eilt:
$24 \cdot 15l = 360l$

Es verbleiben $1800l - 360l = 1440l$ Wasser, die noch eingefüllt werden müssen.

V – restlichen Wege des Vaters
S – Wege des Sohns

$V \cdot 15l + S \cdot 2 \cdot 10l = 1440l$,

da $S = 1{,}5V$ folgt:

$$V \cdot 15l + 1{,}5 \cdot V \cdot 2 \cdot 10l = 1440l$$
$$45l \cdot V = 1440l \quad \Big| : 45l$$
$$V = 32$$

Zu den Wegen des Vaters werden nun noch die 24 Wege hinzugerechnet, die er allein gearbeitet hat, d.h. er läuft $32 + 24 = 56$ mal.
Der Sohn läuft $1{,}5 \cdot 32 = 48$ mal.

Aufgabe 16

Entscheidend für den Sieg ist die Gesamtdauer der Pausen der Igel.

Igel A: $\left(\frac{100m}{5m} - 1\right) \cdot 5s = 95s$

Igel B: $\left(\frac{100m}{10m} - 1\right) \cdot 12s = 108s$

Igel C: $\left(\frac{100m}{20m} - 1\right) \cdot 25s = 100s$

Reihenfolge: erst A, dann C, dann B

Aufgabe 17

R_{jetzt}, R_{damals} - Ronnys Alter, jetzt und damals
F_{jetzt}, F_{damals} - Friedrichs Alter, jetzt und damals

Da der Altersunterschied immer konstant bleibt, gilt:

$$R_{jetzt} - F_{jetzt} = R_{damals} - F_{damals} \qquad (I)$$

Des Weiteren gilt:

$$R_{jetzt} = 24 \qquad (II)$$

$$F_{damals} = \frac{1}{2} R_{jetzt} = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12 \qquad (III)$$

$$R_{damals} = F_{jetzt} \qquad (IV)$$

(II), (III) und (IV) in (I) einsetzen:

$$24 - F_{jetzt} = F_{jetzt} - 12 \qquad \left| +F_{jetzt}, +12 \right.$$

$$2F_{jetzt} = 36 \qquad \left| :2 \right.$$

$$F_{jetzt} = 18$$

Aufgabe 18

$$v_{Rad} = \frac{s_{Rad}}{t} = \frac{25km}{t}$$

$$v_{Moped} = v_{Rad} + 20\,{}^{km}\!/_{h} = \frac{s_{Moped}}{t} = \frac{55km}{t}$$

$$\Rightarrow v_{Rad} = \frac{55km}{t} - 20\,{}^{km}\!/_{h}$$

Gleichsetzen

$$\frac{25km}{t} = \frac{55km}{t} - 20\,{}^{km}\!/_{h}$$

$$\frac{25km}{t} = \frac{55km - 20\,{}^{km}\!/_{h} \cdot t}{t} \qquad \left| \cdot t \right.$$

$$25km = 55km - 20\,{}^{km}\!/_{h} \cdot t \qquad \left| +20\,{}^{km}\!/_{h} \cdot t; -25km \right.$$

$$20\,{}^{km}\!/_{h} \cdot t = 30km \qquad \left| :20\,{}^{km}\!/_{h} \right.$$

$$t = 1{,}5h$$

Aufgabe 19

K – Klaus Murmeln
M – Martins Murmeln

$$K + 3 = M - 3 \;\Rightarrow\; M = K + 6 \qquad (I)$$

$$3(K - 1) = M + 1 \qquad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:

$$3(K-1) = K+6+1$$
$$3K-3 = K+7 \quad |-K;+3$$
$$2K = 10 \quad |:2$$
$$K = 5$$

$$M = K+6$$
$$= 5+6 = 11$$

Aufgabe 20

$$Z_n = 6+(n-1)\cdot 2$$

$$Z_{987} = 6+(987-1)\cdot 2 = 1978$$

Aufgabe 21

Da die Gesamtzahl durch 3, 7 und 11 teilbar sein muss, ist die Gesamtzahl ein Vielfaches von
$3\cdot 7\cdot 11 = 231$

Durch Probieren erhält man die Gesamtzahl:

$n=1$: $1\cdot 231 = 231$ $\Rightarrow$ liegt nicht zwischen 500 und 700

$n=2$: $2\cdot 231 = 462$ $\Rightarrow$ liegt nicht zwischen 500 und 700

$n=3$: $3\cdot 231 = 693$ $\Rightarrow$ liegt zwischen 500 und 700

Aufteilung auf die einzelnen Länder:

- Australien: $\frac{1}{3}\cdot 693 = 231$
- Neuseeland: $\frac{1}{7}\cdot 693 = 99$
- Indonesien: $\frac{1}{11}\cdot 693 = 63$
- Der Rest kommt aus Singapur: $693-231-99-63 = 300$

Aufgabe 22

A – Geld, das der Junge erhält
B – Geld, das das Mädchen erhält
M – Geld, das die Mutter erhält

$$A = 2M \qquad (I)$$
$$2B = M \;\Rightarrow\; B = \frac{M}{2} \qquad (II)$$
$$A + B + M = 350000 \qquad (III)$$

(I) und (II) in (III) einsetzen:

$$2M + \frac{M}{2} + M = 350000$$
$$3\frac{1}{2}M = 350000 \quad \Big| : 3\frac{1}{2}$$
$$M = 100000€$$

$$A = 2M$$
$$= 2 \cdot 100000 = 200000€$$

$$B = \frac{1}{2}M$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 100000 = 50000€$$

Aufgabe 23

Wie viele Kinder können <u>wenigstens</u> eine Sache (ABC oder 1x1 oder beides)?
$100 - 10 = 90$

Wie viele Kinder können <u>nur</u> das ABC?
$90 - 75 = 15$

Wie viele Kinder können <u>nur</u> das 1x1?
$90 - 83 = 7$

Wie viele Kinder können sowohl das ABC, als auch das 1x1?
$90 - 15 - 7 = 68$

Aufgabe 24

R – Anzahl der Räuber
B – Beute

$$R \cdot 2 = B - 4 \Rightarrow B = 2R + 4 \quad (I)$$
$$R \cdot 3 = B + 3 \quad (II)$$

(I) in (II) einsetzen:
$$3R = 2R + 4 + 3 \quad \Big| -2R$$
$$R = 7 \text{ Räuber}$$

$$B = 2R + 4$$
$$= 2 \cdot 7 + 4 = 18 \text{ Goldstücke}$$

Aufgabe 25

A, B und C – Basketballvereine am Ende der Sommerpause

$$B = 2A \quad (I)$$
$$C = 2B \quad (II)$$
$$A + B + C = 56 \quad (III)$$

(I) in (II) einsetzen:
$$C = 2 \cdot 2A = 4A \quad (IV)$$

(I) und (IV) in (III) einsetzen:
$$A + 2A + 4A = 56$$
$$7A = 56 \quad \Big| :7$$
$$A = 8$$

$$B = 2A$$
$$= 2 \cdot 8 = 16$$

$$C = 4A$$
$$= 4 \cdot 8 = 32$$

Zu Beginn der Sommerpause hatte jeder Verein:

- A: $8 + 7 = 15$ Spieler
- B: $16 + 5 - 7 = 14$ Spieler
- C: $32 - 5 = 27$ Spieler

Aufgabe 26

X – die gesamten Eintrittskarten

$$X = 120 + \frac{1}{3}(X - 120) + 60 + \frac{1}{3}\left(X - 120 - \frac{1}{3}(X - 120) - 60\right) + 120$$

$$X = 120 + \frac{1}{3}X - 40 + 60 + \frac{1}{3}X - 40 - \frac{1}{9}(X - 120) - 20 + 120$$

$$X = \frac{5}{9}X + 213\frac{1}{3} \quad \left| -\frac{5}{9}X \right.$$

$$\frac{4}{9}X = 213\frac{1}{3} \quad \left| : \frac{4}{9} \right.$$

$$X = 480$$

Aufgabe 27

O – Anzahl Orangen
Ä – Anzahl Äpfel
P – Anzahl Pfirsich

$$\frac{3€}{5}O + \frac{2€}{3}Ä + \frac{5€}{7}P = 108 \quad (I)$$

$$5P = O \quad (II)$$

$$6P = Ä \quad (III)$$

(II) und (III) in (I) einsetzen:

$$\frac{3€}{5} \cdot 5P + \frac{2€}{3} \cdot 6P + \frac{5€}{7}P = 108€$$

$$7\frac{5}{7}€ \cdot P = 108€ \quad \left| : 7\frac{5}{7}€ \right.$$

$$P = 14$$

$\Rightarrow$ das sind 2 Kisten Pfirsiche

$O = 5P = 5 \cdot 14 = 70$

$\Rightarrow$ das sind 14 Beutel Orangen

$Ä = 6P = 6 \cdot 14 = 84$

$\Rightarrow$ das sind 28 Packungen Äpfel

Aufgabe 28

Bei einstelligen Zahlen gibt es nur eine Zahl:
6

Bei zweistelligen Zahlen gibt es 6 Möglichkeiten:
15, 24, 33, 42, 51, 60

Bei dreistelligen Zahlen gibt es 21 Möglichkeiten:

Hunderterstelle	Zehnerstelle	Einerstelle
1	0	5
	1	4
	2	3
	3	2
	4	1
	5	0
2	0	4
	1	3
	2	2
	3	1
	4	0
3	0	3
	1	2
	2	1
	3	0
4	0	2
	1	1
	2	0
5	0	1
	1	0
6	0	0

Insgesamt gibt es also $1+6+21=28$ Zahlen zwischen 0 und 999 mit der Quersumme 6.

Aufgabe 29

$$\frac{10\text{ Brote}\cdot 7\text{ Tage}+30\text{ Brote}\cdot 7\text{ Tage}}{14\text{ Tage}}=20\,\text{Brote}/\text{Tag}$$

Aufgabe 30

$$v_{Auto}=\frac{\frac{2}{3}s}{t_{Auto}}=\frac{2s}{3t_{Auto}}$$

$$s=\frac{3v_{Auto}t_{Auto}}{2}$$

$$v_{Fuß}=\frac{\frac{1}{3}s}{t_{Fuß}}=\frac{s}{3t_{Fuß}}$$

$$s=3v_{Fuß}t_{Fuß}$$

Gleichsetzen

$$\frac{3v_{Auto}t_{Auto}}{2}=3v_{Fuß}t_{Fuß}$$

da $t_{Fuß} = 6t_{Auto}$ folgt:

$$\frac{3v_{Auto}t_{Auto}}{2} = 3v_{Fuß} \cdot 6t_{Auto} \quad \left| : t_{Auto}; \cdot 2 \right.$$

$$3v_{Auto} = 36v_{Fuß} \quad \left| : 3 \right.$$

$$v_{Auto} = 12v_{Fuß}$$

$\Rightarrow$ Auto fährt 12mal so schnell

<u>Aufgabe 31</u>

X – Anzahl Eier

$$X - \left(\frac{1}{8}X + 10\right) - \left(\frac{1}{2}\left(X - \left(\frac{1}{8}X + 10\right)\right) + 15\right) = 50$$

$$X - \frac{1}{8}X - 10 - \left(\frac{1}{2}\left(X - \frac{1}{8}X - 10\right)\right) - 15 = 50$$

$$\frac{7}{8}X - 10 - \frac{1}{2}X + \frac{1}{16}X + 5 - 15 = 50 \quad \left| +20 \right.$$

$$\frac{7}{16}X = 70 \quad \left| : \frac{7}{16} \right.$$

$$X = 160$$

<u>Aufgabe 32</u>

siehe Lösungsverzeichnis im Buch

<u>Aufgabe 33</u>

A – Tausenderstelle
B – Hunderterstelle
C – Zehnerstelle
D – Einerstelle

$$A + B + C + D = 8 \quad (I)$$

$$A \cdot B \cdot C \cdot D = B \cdot 10 + C \quad (II)$$

$$A = C \quad (III)$$

$$D = 3B \quad (IV)$$

(III) und (IV) in (I) einsetzen:

$$C+B+C+3B=8$$
$$4B+2C=8 \quad |-4B$$
$$2C=8-4B \quad |:2$$
$$C=4-2B \quad (V)$$

(III) und (IV) in (II) einsetzen:

$$C\cdot B\cdot C\cdot 3B=10B+C$$
$$3B^2\cdot C^2=10B+C \quad (VI)$$

(V) in (VI) einsetzen:

$$3B^2\cdot(4-2B)^2=10B+4-2B$$
$$3B^2(16-16B+4B^2)=8B+4$$
$$48B^2-48B+12B^4=8B+4 \quad |-8B-4$$
$$12B^4+48B^2-56B-4=0$$

Durch Probieren erhält man die erste Lösung für $B=1$

$$D=3B$$
$$=3\cdot 1=3$$

$$C=4-2B$$
$$=4-2\cdot 1=2$$

$$A=C$$
$$=2$$

Die Zahl lautet also 2123.

<u>Aufgabe 34</u>

$$Z_n=n^2$$
$$Z_{423}=423^2=178929$$

<u>Aufgabe 35</u>

$$v=\frac{s}{t}$$

$$s=\text{Kreisumfang}=2\pi r$$

$$v_{Minutenzeiger} = \frac{2\pi \cdot 2m}{1h} = 4\pi \, {}^{m}\!/_{h}$$

$$v_{Stundenzeiger} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5m}{12h} = \frac{1}{4}\pi \, {}^{m}\!/_{h}$$

$$\frac{v_{Minutenzeiger}}{v_{Stundenzeiger}} = \frac{4\pi \, {}^{m}\!/_{h}}{\frac{1}{4}\pi \, {}^{m}\!/_{h}} = 16$$

$$v_{Minutenzeiger} = 16 v_{Stundenzeiger}$$